

Phasenkompensation an Verstärkern

Teil 1 – Theoretische Grundlagen

1.1 Einleitung

Bei allen Verstärkern nimmt die Spannungsverstärkung mit höher werdenden Frequenzen ab. Ursache dafür sind Schaltungs- und Transistorkapazitäten, die zusammen mit Wirkwiderständen Tiefpässe innerhalb des Verstärkers bilden. Man kann sogar verallgemeinernd sagen, daß jedes elektrische Übertragungssystem bei hohen Frequenzen kapazitiv wirkt.

Wird nun ein Verstärker bei tiefen Frequenzen phasenrichtig gegengekoppelt, so kann diese Gegenkopplung bei höheren Frequenzen infolge des frequenzabhängigen Phasenganges in Mitkopplung übergehen und zur Instabilität des Verstärkers führen. (Siehe hierzu: "Rückkopplung und Stabilität".)

1.2 Der RC-Tiefpaß erster Ordnung

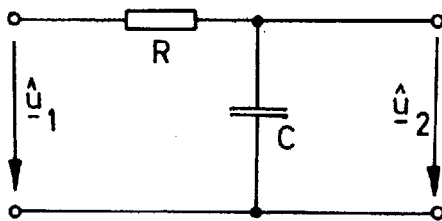


Bild 1: RC-Tiefpaß erster Ordnung. Es seien \hat{u}_1 und \hat{u}_2 komplexe Amplituden.

Für die Übertragungsfunktion des Tiefpasses erster Ordnung gilt:

$$\underline{G}_1 = \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Daraus folgen Amplituden- und Phasengang. Zunächst der Amplitudengang:

$$|\underline{G}_1| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_g^2}}} \quad \text{mit} \quad \omega_g = \frac{1}{RC}$$

$$\frac{|\underline{G}_1|}{dB} = -10 \log\left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_g^2}\right) \quad (\text{durch Logarithmieren mit dB - Bildung})$$

und der Phasengang, ebenfalls abhängig von ω ist $\varphi_1 = -\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)$

Bild 2 zeigt die Darstellung des Amplituden- und des Phasenganges als Bodediagramm. Die Grenzfrequenz ω_g wird bei einer Abnahme der Betragsfunktion (des Amplitudenganges) um 3 dB gegenüber Niederfrequenz definiert. Die Grenzfrequenz $\omega = \omega_g$ liegt dann gerade im Knick

der beiden Halbgeraden von $|G_1|$. Dabei hat die Phase bereits -45° gedreht. Das gilt für alle RC-Tiefpässe 1. Ordnung.

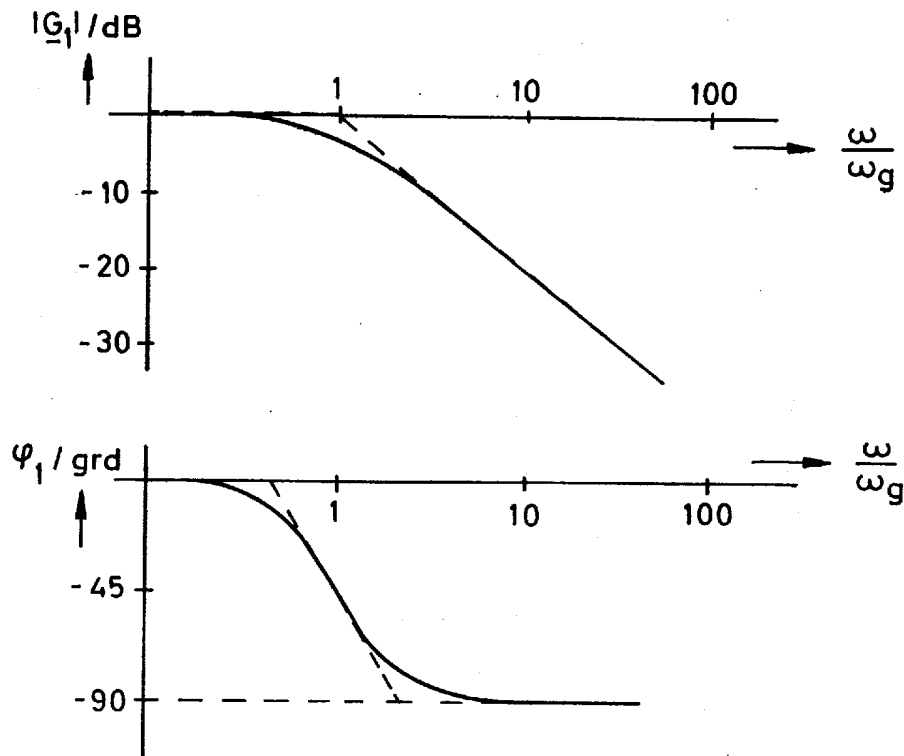


Bild 2: Amplituden- und Phasengang des Tiefpasses erster Ordnung

1.3 Der RCR-Tiefpaß erster Ordnung

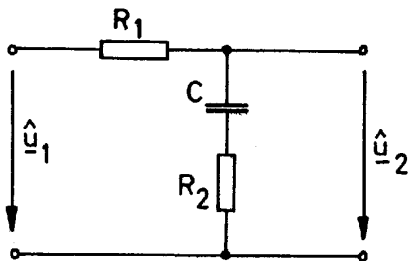


Bild 3: RCR-Tiefpaß erster Ordnung

Hier lautet die komplexe Übertragungsfunktion:

$$\underline{G}_2 = \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1} = \frac{R_2 + \frac{1}{j\omega C}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1 + j\omega R_2 C}{1 + (R_1 + R_2) \cdot j\omega C}$$

Daraus folgt der Amplitudengang

$$|G_2| = \frac{\sqrt{1 + \omega^2 (R_2 C)^2}}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 (R_1 + R_2)^2}} = \sqrt{\frac{1 + (\omega/\omega_2)^2}{1 + (\omega/\omega_1)^2}}$$

Dabei sind $\omega_2 = \frac{1}{R_2 C}$ und $\omega_1 = \frac{1}{(R_1 + R_2) C}$

In dB erhält man für den Betrag:

$$\frac{|G_2|}{dB} = \underbrace{-10 \log \left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right)}_A + \underbrace{10 \log \left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right)}_B$$

Der Phasengang des RCR-Tiefpasses ist:

$$\varphi_2 = \underbrace{-\arctan \frac{\omega}{\omega_1}}_{zuA} + \underbrace{\arctan \frac{\omega}{\omega_2}}_{zuB}$$

Das zugehörige Bodediagramm hat die Kurven:

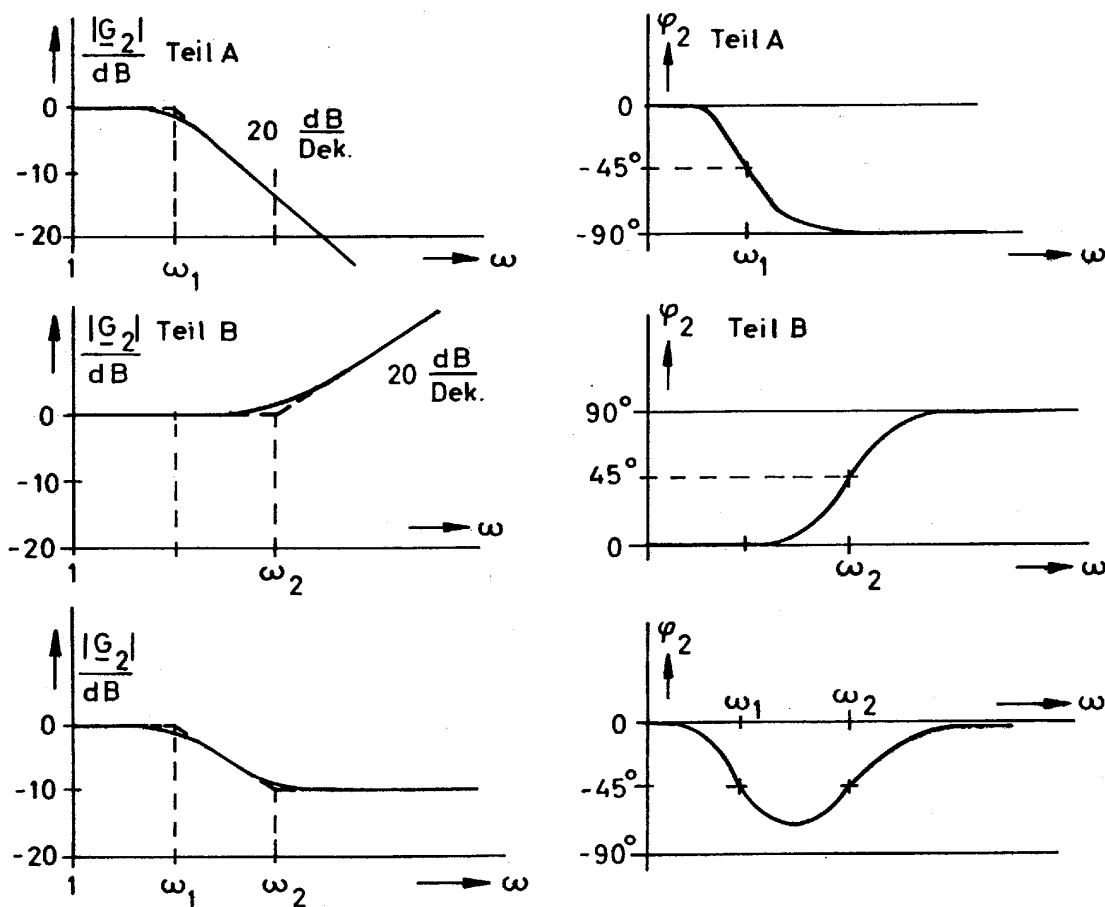


Bild 4: Amplitudengang des RCR-Tiefpasses

Phasengang des RCR-Tiefpasses

Aus den beiden untersten Diagrammen von Bild 4 ersieht man, daß der RCR-Tiefpaß eine Absenkung des Amplitudengangs ermöglicht, der abhängt sowohl von den Widerständen R_1 , R_2 , wie auch vom Abstand der beiden Eckfrequenzen ω_1 und ω_2 voneinander. Nach ω_2 läuft der Amplitudengang wieder in die Horizontale ein. Gleichzeitig wird die Phasendrehung von maximal möglichen -90° zwischen ω_1 und ω_2 allmählich wieder auf null zurückgedreht: $\omega \gg \omega_2$: $\varphi \rightarrow 0$. Das ist der eigentlich interessante Sachverhalt des RCR-Tiefpasses: Amplitudenabsenkung ohne (bei höheren Frequenzen) zusätzliche Phasendrehung!

1.4 Der Tiefpaß zweiter Ordnung

Realisierte Verstärker bestehen meist aus mehreren Stufen, die fast rückwirkungsfrei miteinander gekoppelt sind. Jede dieser Stufen hat Tiefpaßwirkung mit der ihr eigenen Grenz- oder Eckfrequenz. Deshalb werden wir jetzt zwei in Kette geschaltete Tiefpässe betrachten, die wegen des Trennverstärkers rückwirkungsfrei miteinander verbunden sind. Der Trennverstärker habe im betrachteten Frequenzbereich ideales Verhalten! Siehe Bild 5.

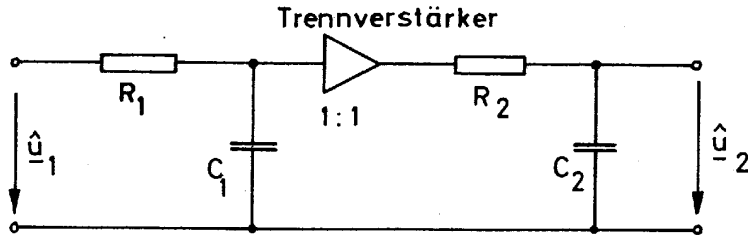


Bild 5: Rückwirkungsfreier Tiefpaß zweiter Ordnung

Die komplexe Übertragungsfunktion berechnet sich einfach durch Multiplikation:

$$\underline{G}_3 = \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1} = \frac{1}{1 + j\omega R_1 C_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_2 C_2}$$

Für den Amplitudengang gilt:

$$|G_3| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega R_1 C_1)^2} \cdot \sqrt{1 + (\omega R_2 C_2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}}$$

$$\frac{|G_3|}{dB} = -10 \log \left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right) - 10 \log \left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right)$$

und für den Phasengang: $\varphi_3 = -\arctan \frac{\omega}{\omega_1} - \arctan \frac{\omega}{\omega_2}$

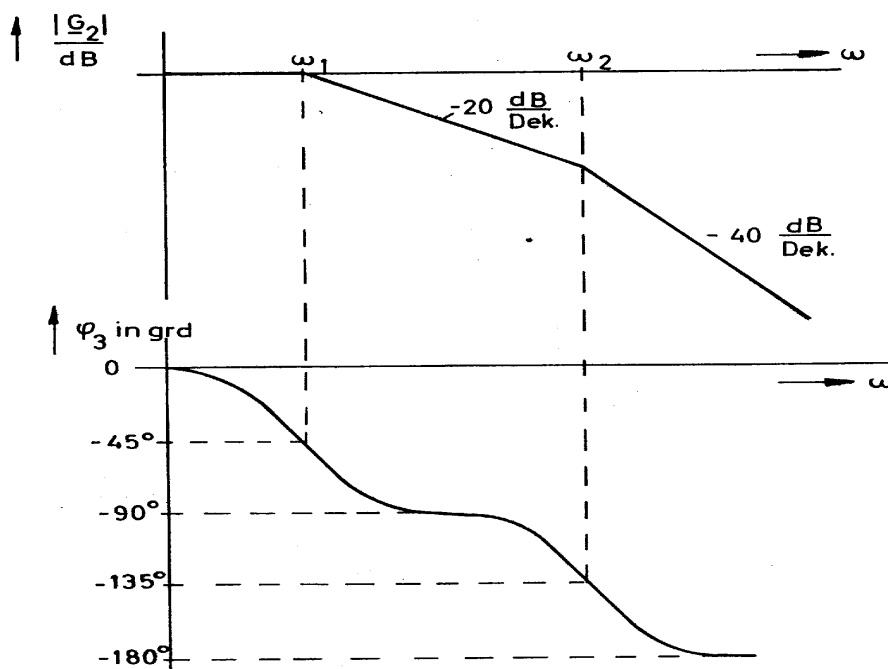


Bild 6: Amplituden- und Phasengang des entkoppelten Tiefpasses zweiter Ordnung

Im Vergleich zum RC-Tiefpaß erster Ordnung (Bild 2) erkennt man, daß bei rückwirkungsfreier Kopplung jeder weitere Tiefpaß erster Ordnung eine zusätzliche Amplitudenabsenkung um 20 dB/Dekade und eine zusätzliche Phasendrehung um -90° bewirkt.

1.5 Phasenkompensation an einem Tiefpaß zweiter Ordnung

Die Schaltung nach Bild 7 entspricht den beiden Tiefpässen eines zweistufigen Verstärkers, bei dem es gelungen ist, in Stufe 1 in Serie zu der wirksamen Kapazität C_1 den Widerstand R_k zu plazieren. Der gezeichnete Trennverstärker darf dabei wieder als ideal angesehen werden.

Die komplexe Übertragungsfunktion zur Schaltung nach Bild 7 ist die folgende:

$$\underline{G}_4 = \frac{R_k + \frac{1}{j\omega C_1}}{R_1 + R_k + \frac{1}{j\omega C_1}} \cdot \frac{\frac{1}{j\omega C_2}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} = \frac{1 + j\omega R_k C_1}{1 + j\omega(R_k + R_1)C_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_2 C_2}$$

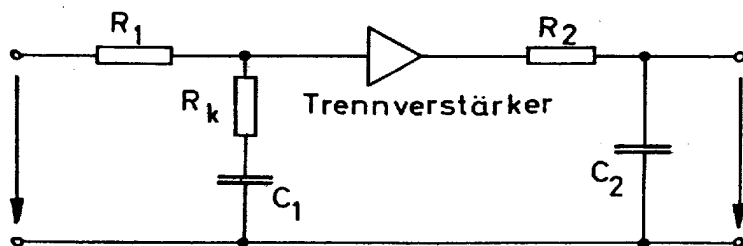


Bild 7: RCR-Tiefpaß rückwirkungsfrei in Kette mit Tiefpaß erster Ordnung zur Demonstration der Phasenkompensation.

Wählt man für $R_2 C_2 = \tau_2$ unterschiedliche Werte, so entstehen die im Bild 8 (für 3 verschiedene Werte $R_2 C_2$) gezeichneten Kurven:

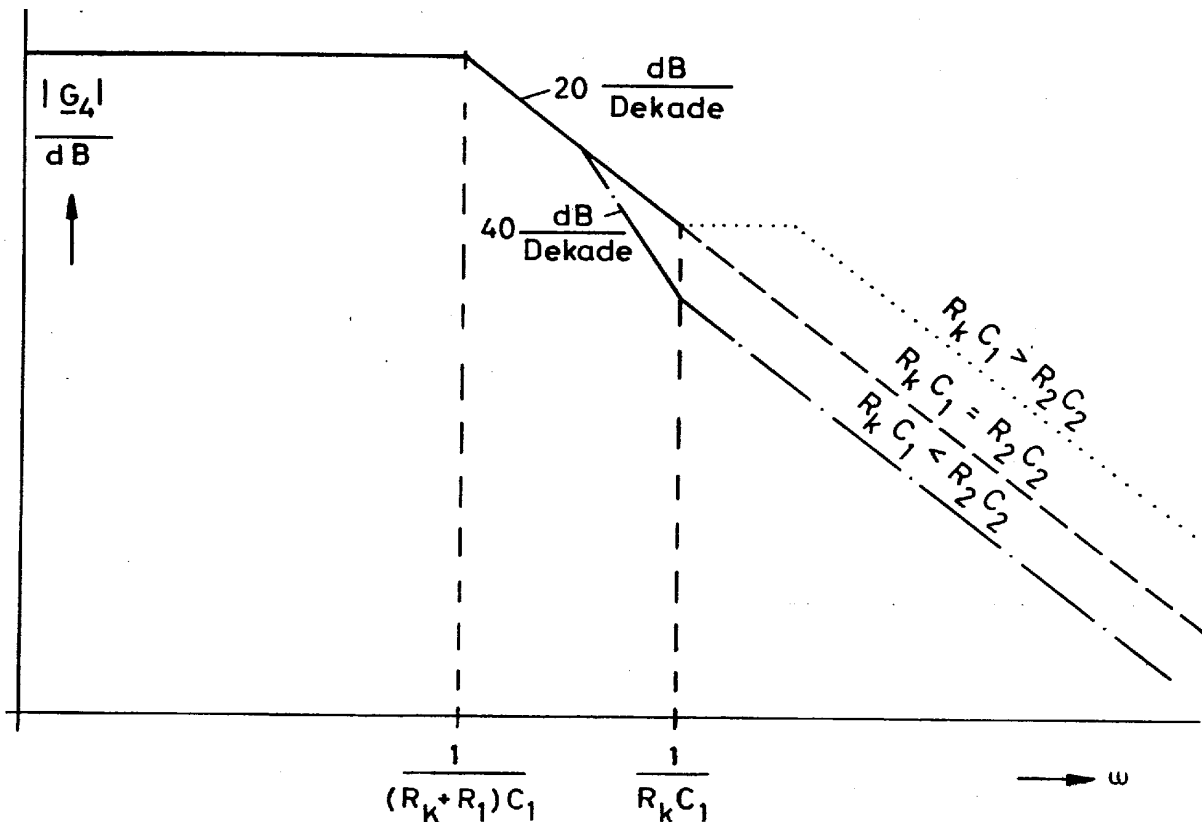


Bild 8: Phasenkompensation mit dem RCR-Tiefpaß

Für $\omega_2 = \frac{1}{R_k C_1} \stackrel{!}{=} \frac{1}{R_2 C_2}$ und $\omega_1 = \frac{1}{(R_k + R_1) C_1}$ wird

$$\underline{G}_4 = \frac{1 + j\frac{\omega}{\omega_2}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}} \cdot \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_2}} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}}$$

Dies ist ein Ergebnis, wie es beim Tiefpaß erster Ordnung auftrat. Der zugehörige Amplitudengang ist:

$$\frac{|G_4|}{dB} = -10 \log \left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right)^2 \right)$$

Und der Phasengang ist ebenso einfach wie beim Tiefpaß erster Ordnung:

$$\varphi_4 = -\arctan \frac{\omega}{\omega_1}$$

Man sieht, speziell für $R_k C_1 = R_2 C_2$ wurde aus dem Tiefpaß zweiter Ordnung ein Tiefpaß erster Ordnung mit nur 20 dB Dämpfung pro Dekade. Entsprechend beträgt die Gesamtphasendrehung, und dies ist das wichtigere Ergebnis, nur -90° anstatt -180° .

1.6 Rückkopplung eines Verstärkers und Phasenspielraum α

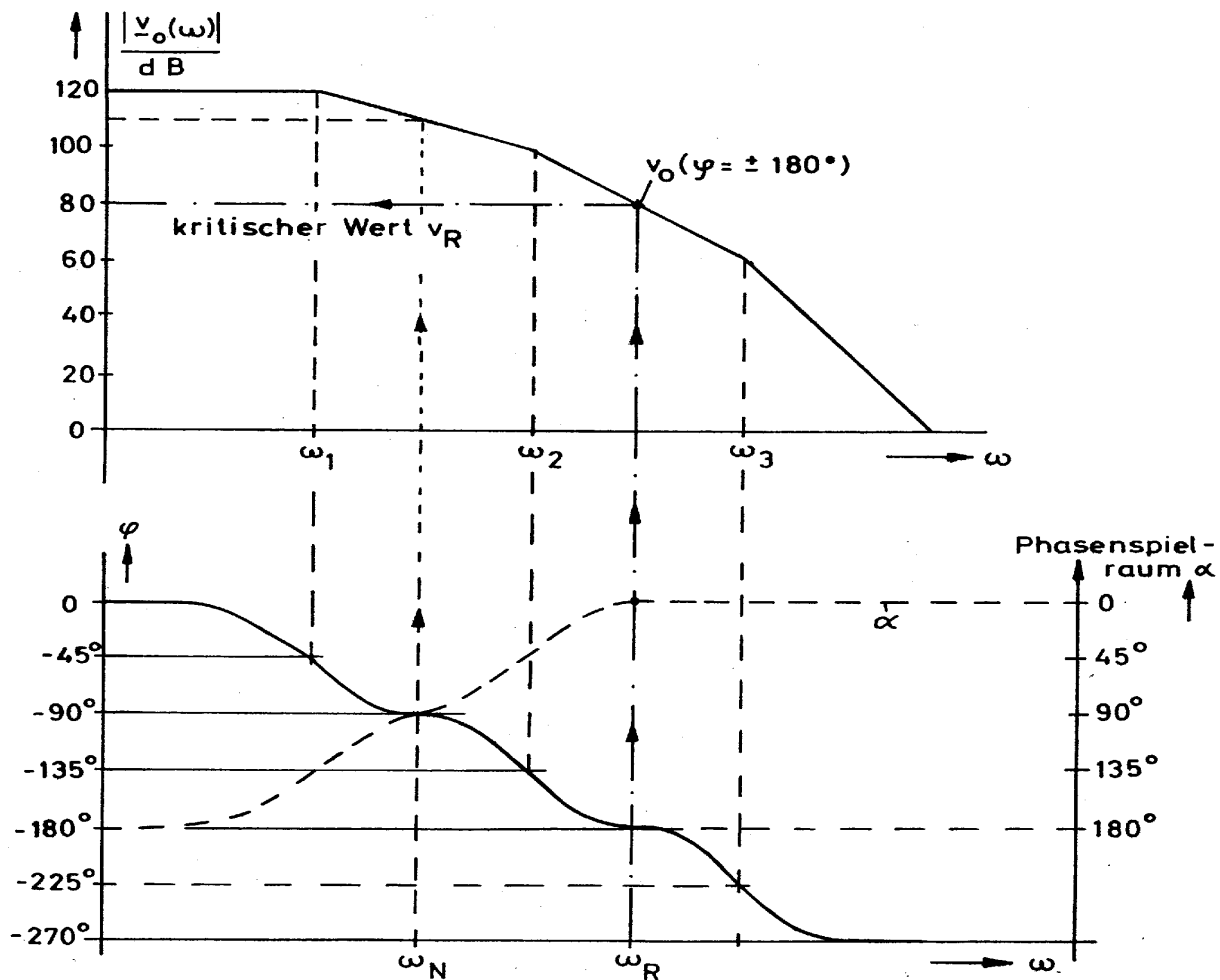
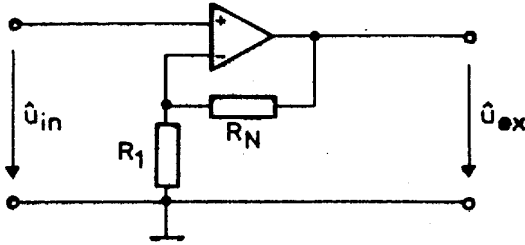


Bild 9: Amplituden- und Phasengang eines dreistufigen Verstärkers

Im Bild 9 ist das Bode-Diagramm eines dreistufigen Verstärkers mit den drei Grenzfrequenzen ω_1, ω_2 und ω_3 gegeben.



Links Bild 10: Nach dieser Schaltung soll der Verstärker gegengekoppelt werden, um seine Eigenschaften zu stabilisieren. Dadurch wird der Verstärkungsfaktor sehr verringert: $v_R \ll v_0$. Die Verstärkungseigenschaften werden dann überwiegend durch die Widerstände R_N und R_1 bestimmt. Wie leicht nachzuvollziehen ist, gilt:

$$v_R \approx \frac{R_N + R_1}{R_1} = \frac{1}{K} \quad \text{für } \omega \approx 0,$$

gültig für niedrigere Frequenzen. v_R ist die Verstärkung mit Gegenkopplung, v_0 die Verstärkung ohne Gegenkopplung. K ist der Rückkopplungsfaktor. Der Verstärker sollte bei dieser Rückkopplung stabil bleiben!

Wie in "Rückkopplung und Stabilität" näher erläutert wird, gilt als Stabilitätsbedingung:

Erreicht die Phasendrehung φ gegenüber niedrigeren Frequenzen den Wert 180° , zusätzlich zu bereits vorhandenen 180° Phasendrehung, die durch den invertierenden Verstärker auftreten, so muß bei einer Gesamtphasendrehung φ_{ges} von 0° der Betrag der Schleifenverstärkung, also $|K \cdot v_0|$ bereits kleiner 1 sein.

Somit gilt in komplexer Schreibweise für Betrag und Phasenwinkel:

$$\boxed{K \cdot v_0(\varphi = \pm 180^\circ) \stackrel{!}{<} 1} \quad \text{oder} \quad \boxed{K \cdot v_0(\varphi_{ges} = 0^\circ) \stackrel{!}{<} 1}$$

Setzt man für den Rückkopplungsfaktor K den Wert $K = 1/v_R$ ein, so folgt:

$$\boxed{v_0(\varphi = \pm 180^\circ) \stackrel{!}{<} v_R} \quad \text{oder} \quad \boxed{v_0(\varphi_{ges} = 0^\circ) \stackrel{!}{<} v_R},$$

wenn unter φ die zusätzliche frequenzabhängige Phasendrehung durch die Wirkung der Tiefpaßglieder verstanden wird.

Der Verstärker mit dem Bode-Diagramm nach Bild 9 kann also gegengekoppelt werden bis zu einem Verstärkungsmaß von etwa 80 dB, ohne dabei instabil zu werden: $120 \text{ dB} \geq v_R > 80 \text{ dB}$.

Will man aber eine stärkere Gegenkopplung anwenden, so daß an dem hier gegebenen Verstärker $v_R < 80 \text{ dB}$ wird, so ist es unerlässlich, eine Phasenkompensation vorzunehmen!

1.7 Der Phasenspielraum α

Wie Sie sehen, unterscheiden wir nun und fortan der Deutlichkeit halber zwischen unkompenzierten und kompenzierten Frequenzgängen und schreiben dafür:

$$\begin{array}{ll} \text{unkompenziert :} & \text{kompenziert :} \\ \text{komplexe Funktion : } v_0(\omega) & \implies v_{0k}(\omega) \\ \text{Betrag : } v_0(\omega) & \implies v_{0k}(\omega) \end{array}$$

Die Phasenkompensation besteht nun darin, den Betrag des Verstärkungsfaktors $v_0(\omega)$ soweit zu vermindern, daß der Betrag des Verstärkungsfaktors $v_{0k}(\omega)$ des dann (noch ohne Rückkopplung) phasenkompensierten Verstärkers an der Stelle $\varphi = \pm 180^\circ$ bzw. $\varphi_{ges} = 0^\circ$ bereits unterhalb des durch die Gegenkopplung eingestellten Wertes liegt. Dann ist die Stabilitätsbedingung $v_{0k}(\varphi_{ges} = 0^\circ) < v_R$ erfüllt.

Im Phasengang von Bild 9 ist außer der ausgezogenen Kurve für φ eine gestrichelte Kurve für den sogenannten Phasenspielraum α eingezeichnet. Der Phasenspielraum α ist definiert zu: $\alpha = 180^\circ + \varphi(\omega)$. Dabei haben die Zahlenwerte von φ wegen der negativ drehenden Tiefpaßglieder auch negatives Vorzeichen.

Sollte der im Abschnitt 1.6, Bild 9, durch seinen Amplituden- und Phasengang gekennzeichnete nicht kompensierte Verstärker bei rein ohmscher Last über ein ohmsches Netzwerk gegengekoppelt werden, so kann v_R , wie schon gesagt wurde, Werte zwischen 80 und 120 dB annehmen. Würde v_R auf etwa 80 dB ohne Phasenkompensation gegengekoppelt, dann wäre der dabei verbleibende Phasenspielraum $\alpha \approx 0^\circ$. Und an der Stelle ω_R von Bild 9 wäre $v_0(\omega_R) = v_R$, so daß die Instabilitätsgrenze erreicht würde. Ein kleiner kapazitiver Blindwiderstand beim Verbraucher oder im Rückkopplungsnetzwerk würde zusätzliche Phasendrehung verursachen, der Verstärker würde instabil: Er könnte zunächst unerwünschte Schwingungen erzeugen und bei stärkerer Instabilität könnte der Arbeitspunkt sprunghaft zur oberen oder unteren Aussteuerungsgrenze ausflippen.

Leider reicht es meist nicht aus, gerade ein wenig im Bereich der Stabilität zu bleiben, da zum Beispiel Rechteckschwingungen dann immer noch bei jedem Umschaltvorgang in unerwünschter Weise Einschwingvorgänge enthalten würden. Der Phasenspielraum α muß daher an der Stelle ω_R Werte von etwa 60° haben, damit man einen sicheren Abstand von der Instabilitätsgrenze erreicht. Beispiele hierzu finden Sie im Abschnitt 2.4.3.

Den Phasenspielraum α ermittelt man, indem man den Einlaufpunkt von v_R bzw. v_{Rk} in die Kurve $v_0(\omega)$ bzw. in $v_{0k}(\omega)$ aufsucht. Dort definieren wir die Kreisfrequenz ω_R bzw. ω_{Rk} . Bei ihr ist dann $\alpha = 180^\circ + \varphi(\omega)$.

Nochmals der unkompenzierte Verstärker nach Bild 9: Wollte man bei ihm einen Phasenspielraum von $\alpha = 90^\circ$ erreichen, so müßte man (wegen $180^\circ - 90^\circ = \alpha = 90^\circ$) bei der Frequenz ω_N hochloten zum Amplitudengang und findet dort im Schnittpunkt dieses Lots mit der Kurve $v_0(\omega)$ eine zulässige Verstärkung von 110 dB, die nicht unterschritten werden darf, um den geforderten Phasenspielraum von 90° einzuhalten.

Soll aber ein Verstärker universell einsetzbar sein, so ist es wünschenswert, ihn bis $v_R = 0$ dB gegenkoppeln zu können. Das ist nur möglich bei Amplituden- und Phasengängen, die gegenüber Bild 9 verändert sind.

Die praktische Anwendung der Phasenkompensation an Verstärkern wird im Teil 2 dieser Anleitung erklärt.

Literaturhinweis: Auszug aus dem früheren "Praktikum für analoge und digitale Messtechnik" des Instituts für Theoretische Elektrotechnik und Messtechnik der Universität Karlsruhe, Verfasser: Dr-Ing. Gottlieb Strassacker und Mitarbeiter.