

Die vier Rückkopplungsarten

1. Theoretische Grundlagen

1.1 Einleitung

Die Eigenschaften eines nicht gegengekoppelten Verstärkers hängen von zahlreichen Parametern ab, insbesondere von der Dimensionierung, von den Versorgungsspannungen, der äußerer Beschaltung (Lastwiderstand, Generatorwiderstand), aber auch von der Umgebungstemperatur, der Alterung der Bauelemente und a.m. Um dem Verstärker definierte und zeitlich konstante Eigenschaften zu geben, die nicht von unerwünschten äußeren Einflüssen abhängen dürfen, wird der Verstärker stets rückgekoppelt. Bei starker Gegenkopplung bestimmt nahezu allein der Rückkopplungsvierpol die Eigenschaften des Gesamtverstärkers. Da der Rückkopplungsvierpol nur aus passiv wirkenden und daher von der Temperatur und Versorgungsspannungen weitgehend unabhängigen Bauelementen besteht (siehe Bilder 4a bis 4d), sind bei zweckmäßiger Ausführung der Rückkopplung auch die Eigenschaften des Verstärkers nahezu zeitlich konstant.

1.2 Rückkopplung als Mit– oder Gegenkopplung

Im obigen Abschnitt wurde von Rückkopplung und Gegenkopplung gesprochen.

Definition: Rückkopplung ist ein Überbegriff. Rückkopplung bedeutet, daß die Ausgangsgröße eines Verstärkers oder einer Verstärkerstufe rückgeführt wird und auf den Eingang des Verstärkers oder der Verstärkerstufe einwirkt. Diese Rückführung kann als Mitkopplung oder als Gegenkopplung ausgeführt werden. Typische Kennzeichen dafür: **Gegenkopplung** verringert den Verstärkungsfaktor und stabilisiert die Eigenschaften des Verstärkers, **Mitkopplung** vergrößert den Verstärkungsfaktor und kann zur Instabilität führen. **Instabilität** kann sich in Form unerwünschter Schwingungen, aber auch in einem aperiodischen Weglaufen des Ausgangspotentials zur Aussteuerungsgrenze hin äußern. Dann ist ein normaler Betrieb als Verstärker nicht mehr möglich.

Wegen der Frequenzabhängigkeit der Übertragungs– oder Verstärkungsfunktion mehrstufiger Verstärker, sowohl beim Amplitudengang wie auch beim Phasengang, kann eine Rückkopplung z.B bei niederen Frequenzen als Gegenkopplung, bei höheren Frequenzen jedoch als Mitkopplung wirken. (Siehe hierzu: "Rückkopplung und Stabilität".) Auch diese Betriebsart kann einen normalen Verstärkerbetrieb unmöglich machen.

Will man also einen noch rückwirkungsfreien Verstärker stabilisieren, indem man eine Rückkopplung einführt, so ist darauf zu achten, daß diese Rückkopplung möglichst im ganzen Frequenzbereich des Verstärkers als Gegen– und nicht als Mitkopplung wirkt. Dieses Bestreben wird gelegentlich durch unerwünschte Rückkopplungen erschwert. Beispiel: Rückkopplung über die Zuleitung der Gleichspannungsversorgung infolge des von null verschiedenen Innenwiderstandes der Spannungsversorgung. (Durch den Wechselstrom der Ausgangsstufe entstehen am Innenwiderstand des Netzteses Wechselspannungen, die über die Versorgungsleitungen an den Verstärker–Vorstufen als störende Mitkopplung wirken.)

In dieser Anleitung soll nur von Gegenkopplung die Rede sein. Führt man sie zweckmäßig aus, so können folgende Effekte erzielt werden:

1. Beeinflussung der Frequenzabhängigkeit wie:
 - (a) Bandbreitenerhöhung,
 - (b) Einstellen eines frequenzabhängigen Amplitudenganges (z.B. Filter)
2. Vergrößern oder Verkleinern der Ein- oder Ausgangswiderstände,
3. Stabilisieren der Verstärkungseigenschaften gegen Toleranzen der Bauelemente, Änderung der Versorgungsspannungen, Alterung, Temperaturdrift u.a.m.,
4. Verringern von nichtlinearen Verzerrungen (Vorsicht Ausnahmen!),
5. Stabilisieren des Verstärkers gegen Schwingneigung (siehe auch: "Phasenkompensation").

1.3 Der nicht rückgekoppelte Verstärker

Zur Berechnung der Eigenschaften eines nicht rückgekoppelten Verstärkers soll bei Niederfrequenz (unter Vernachlässigung der Induktivitäten und der Kapazitäten) das Ersatzschaltbild nach Bild 1 gelten.

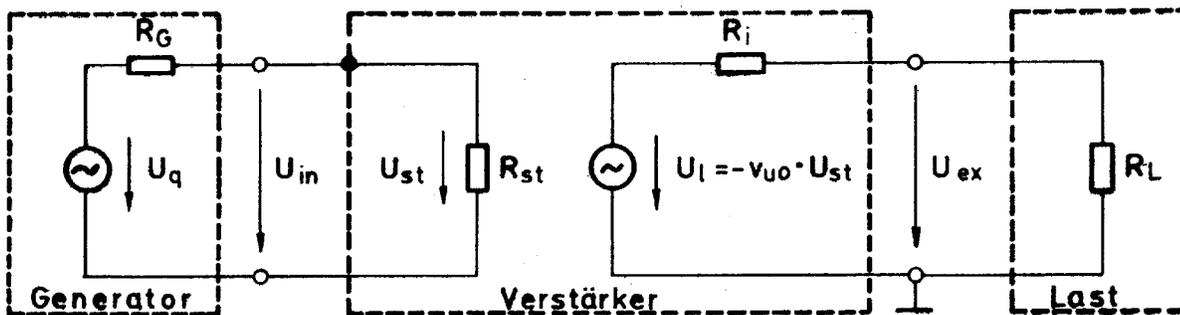
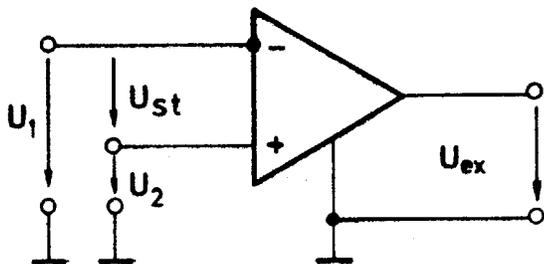


Bild 1: Ersatzschaltung eines nicht rückgekoppelten Verstärkers

Bild 2 zeigt das vereinfachte Schaltsymbol eines nicht rückgekoppelten Verstärkers, dessen beide Eingangsklemmen 1 und 2 erdfrei betrieben werden können, wie dies bei integrierten Operationsverstärkern der Fall ist. Solche Verstärker können recht universell eingesetzt werden. Ihre Ausgangsspannung U_{ex} ist die Differenz der beiden Eingangsspannungen U_1 und U_2 .



$$\begin{aligned}
 U_{ex} &= (U_2 - U_1) \cdot v_{uo} \\
 &= U_{st} \cdot v_{uo}
 \end{aligned}$$

Bild 2: Schaltsymbol eines äußerlich nicht rückgekoppelten integrierten Operationsverstärkers

Wünschenswerte Eigenschaften nicht rückgekoppelter Verstärker

Steuerwiderstand

Der Steuerwiderstand eines nicht rückgekoppelten Verstärkers soll möglichst groß sein, damit die Leerlaufspannung U_q des Generators unvermindert verstärkt und die Quelle möglichst nicht belastet wird. (Geht $R_{st} \rightarrow \infty$, dann fließt kein Eingangsstrom und U_{st} wird gleich U_q .)

Ausgangsseitiger Innenwiderstand

Um bei einem Verstärker mit Spannungsausgang dem Lastwiderstand die gesteuerte Ausgangsspannung (möglichst lastunabhängig!) einzuprägen und um die Verlustleistung im Verstärker möglichst gering zu halten, sollte dessen ausgangsseitiger Innenwiderstand $R_i \approx 0$ sein.

Rückwirkungsfreiheit

In der Schaltung nach Bild 1 wird angenommen, der Verstärker arbeite rückwirkungsfrei.

Linearität

Ein wichtiges Kriterium für die Qualität eines Verstärkers ist die Linearität seiner Verstärkungs- oder Übertragungskennlinie. Bild 3 zeigt den Zusammenhang zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung eines Verstärkers.

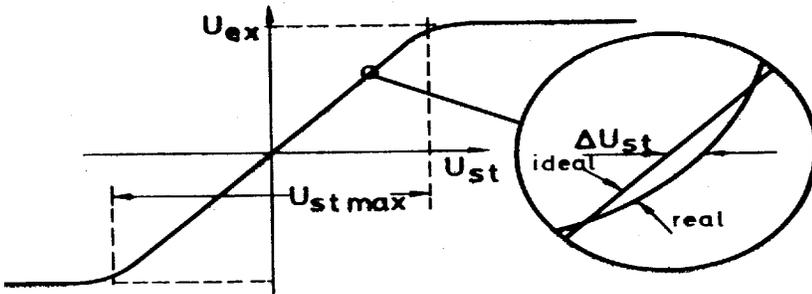


Bild 3: Übertragungskennlinie eines Spannungsverstärkers

Der Linearitätsfehler sei hier definiert zu:

$$F_l = \frac{\text{Abweichung der Eingangsgröße von der Geraden}}{\text{Aussteuerungsbereich der Eingangsgröße}} = \frac{\Delta U_{st}}{U_{st \max}}$$

1.4 Der rückgekoppelte Verstärker

1.4.1 Möglichkeiten für einfache Rückkopplung

Wir gehen davon aus, daß der rückgekoppelte Verstärker jeweils nur **einfach** rückgekoppelt sei (eine einzige Rückführung habe). Sie sei als Gegenkopplung ausgelegt.

Schaltungstechnisch kann die rückgeführte Größe vom Ausgangsstrom I_{ex} oder der Ausgangsspannung U_{ex} abhängen und kann dem Eingangsstrom I_{in} oder der Eingangsspannung U_{in} des Verstärkers entgegenwirken. Siehe Bild 4a bis 4d.

Durch die Zusammenschaltung von Verstärkervierpol mit dem Rückkopplungsvierpol entsteht der Gesamtverstärker, der sich in wesentlichen Merkmalen vom nicht rückgekoppelten Verstärker unterscheidet. Je nach Rückkopplungsart werden beeinflusst: Der Eingangswiderstand R_{in} , der ausgangsseitige Innenwiderstand (=Ausgangswiderstand) R_{ex} , die Verstärkungsfaktoren für Spannung v_{uR} und Strom v_{iR} , die Übertragungsfaktoren $w_R = U_{ex}/I_{in}$ und $y_R = I_{ex}/U_{in}$.

1.4.2 Erklärung der Schaltungen nach Bild 4a bis 4d

Die hier angegebenen Schaltungen arbeiten mit einem in der Praxis häufig angewandten Verstärkertyp: Ohne Rückkopplung sind der Eingangswiderstand groß, der Ausgangswiderstand klein und der Spannungsverstärkungsfaktor $|v_{uo}|$ groß. Sollen die nach den Schaltungen 4a bis 4d rückgekoppelten Verstärker stabil arbeiten, so ist dafür zu sorgen, daß Eingangs- und Ausgangsgröße nach 4a und 4b gegeneinander 180° phasenverschoben sind, während in den Schaltungen nach 4c und 4d Ausgangs- und Eingangsgröße (U_2 und U_{st}) gleichphasig verlaufen.

Die Eingänge eines für Experimente zu verwendenden Verstärkers müssen beide gleichwertig erdfrei und können daher wahlweise erdfrei oder geerdet (an Masse liegend) betrieben werden. Durch Vertauschen der Eingangsklemmen kann man wahlweise Gleich- oder Gegenphasigkeit zwischen Eingang und Ausgang des Verstärkers erreichen.

1.4.2.1 Stromkompensation am Verstärkereingang nach Bild 4a und 4b

Am Knoten 1 (siehe Bild 5 und Bild 4a bzw. 4b) gilt für die rückgeführten Ströme: $I_{in} + I_R = I_{st}$. Bei Stromkompensation muß I_{st} gegenüber I_R vernachlässigbar klein sein. Das ist durch starke Gegenkopplung erreichbar. Denn v_{uo} hat Werte von z.B. 10^3 10^5 . U_{ex} aber liegt der Größenordnung nach oft bei $10V$. Dann hat die Steuerspannung allenfalls Werte $U_{st} = U_{ex}/v_{uo} \approx 0,1$ $10mV$ und mit den üblichen Werten des Steuerwiderstandes von $1k\Omega \leq R_{st} \leq 1M\Omega$ wird $I_{st} \approx 10^{-5}$ $10^{-10}A$.

Dieser Steuerstrom ist bei starker Gegenkopplung gegenüber $I_{in} \approx I_R \approx 10V/R_R$ bei der Schaltung nach Bild 1, oder $I_{in} \approx I_R \approx I_{ex}/(1 + R_R/R_S)$ bei der Schaltung nach Bild 2, vernachlässigbar!

Beispiel: $R_G = 1k\Omega$, $U_q \approx 1V$, damit wird $I_{in} \approx U_q/R_G = 10^{-3}A$. I_{in} ist also groß gegenüber dem gerade abgeschätzten Steuerstrom I_{st} , so daß letzterer tatsächlich vernachlässigt werden darf. Dies aber war die Forderung bei Stromsteuerung und Stromkompensation am Verstärkereingang nach Bild 4a.

Damit ist nach Bild 4a und 4b I_{in} die eigentlich steuernde Eingangsgröße, die durch den fast gleichgroßen Rückkopplungsstrom I_R aufgenommen oder kompensiert wird.

Bezüglich des Eingangswiderstandes R_{in} bedeutet das bei starker Gegenkopplung:

$$I_{in} \gg I_{st} \approx 0A, \quad \text{daher wegen } U_{in} = U_{st} :$$

$$R_{in} \approx U_{st}/I_{in} \approx U_{st}/I_R \quad \text{also}$$

$$R_{in} \ll R_{st} = U_{st}/I_{st}$$

Die vier Grundschaltungen einfacher Gegenkopplung

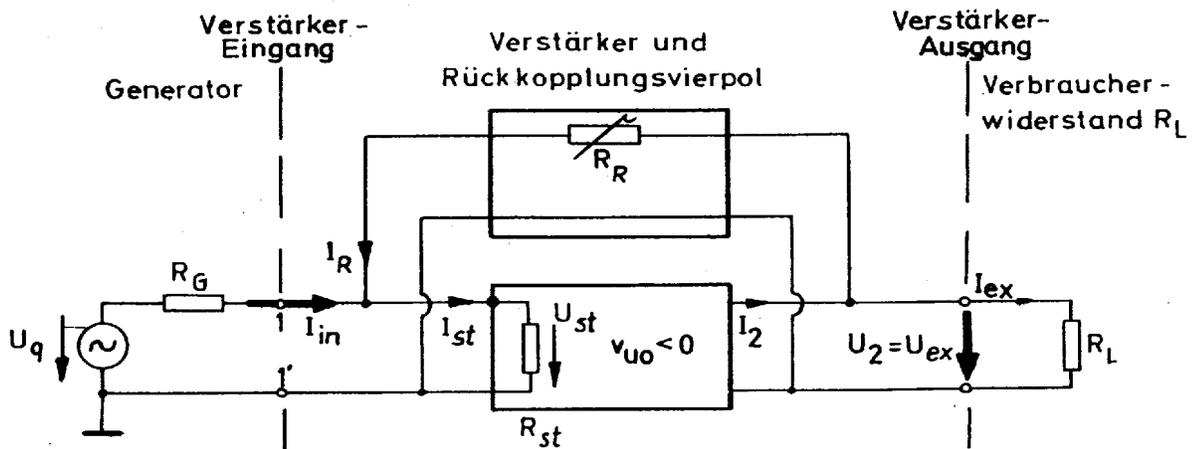


Abb. 4a: Parallel - Parallel - Rückkopplung

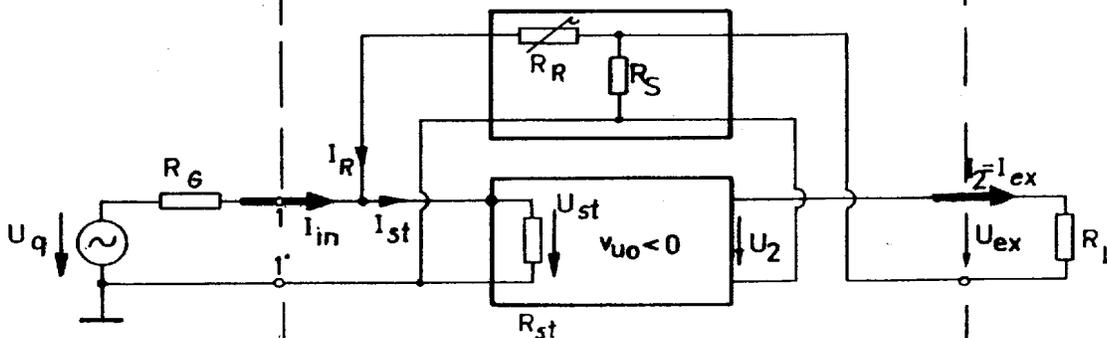


Abb. 4b: Parallel - Serien - Rückkopplung

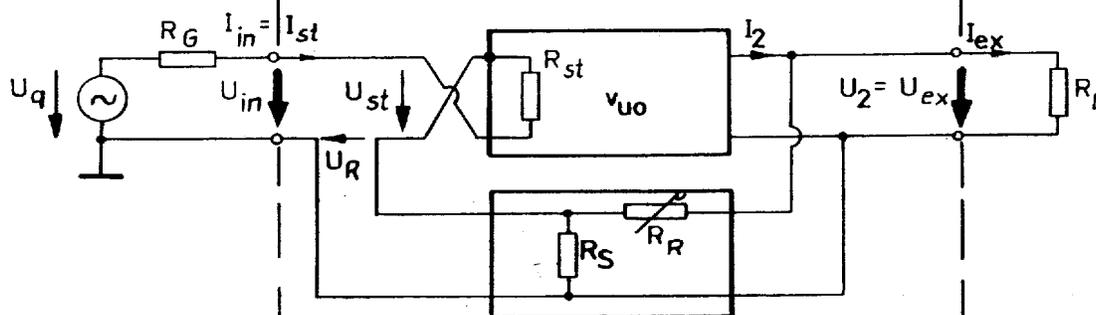


Abb. 4c: Serien - Parallel - Rückkopplung

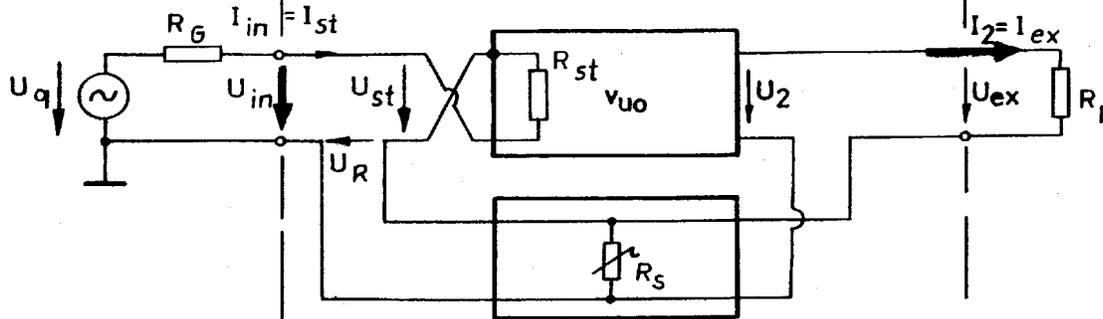


Abb. 4d: Serien - Serien - Rückkopplung

Ersatzschaltung für einen Stromgenerator

Da in der Praxis kein idealer Stromgenerator mit Innenwiderstand $R_i \rightarrow \infty$ zur Erzeugung von I_{in} zur Verfügung steht, wird I_{in} von einem Ersatzgenerator geliefert, siehe Bild 5.

Die zugängliche Klemmenspannung U_k des Gerätes Generator wird als konstante Leerlaufspannung U_q des Ersatzgenerators definiert. Dann ist der vom Ersatzgenerator gelieferte Strom $I_{in} = (U_q - U_{in})/R_G$ und die inneren Werte U_o und R_{io} des Gerätes Generator sind ohne Einfluß.

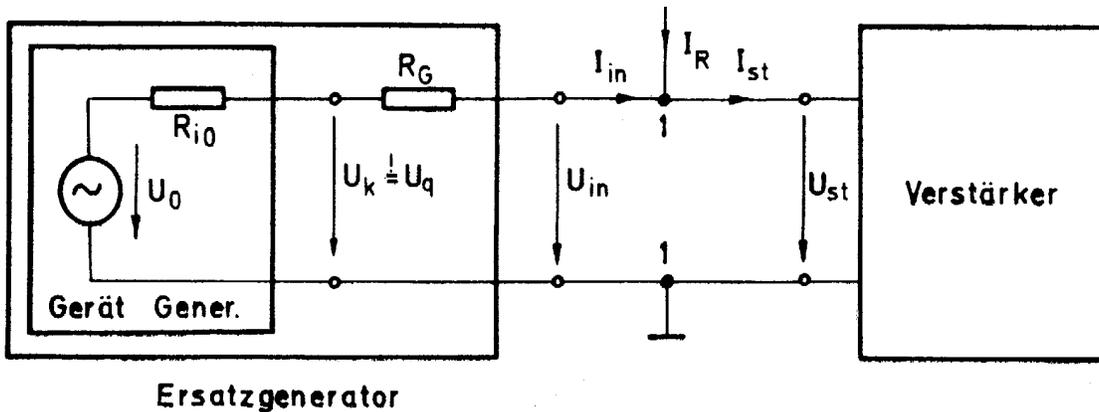


Bild 5: Ersatz-Stromgenerator und Stromkompensation am Eingang

Beachten Sie bitte, daß in den Bildern 4a und 4b die Eingangsklemme 1' des Verstärkers an Erdpotential (Masse, Nullpotential) liegt. Da aber der Steuerstrom I_{st} verschwindend klein ist, ist auch $U_{st} = I_{st} \cdot R_{st}$ sehr klein, so daß bei starker Gegenkopplung auch die "hoch" liegende Eingangsklemme 1 fast auf Erdpotential liegt, d.h. als virtuell Null betrachtet werden darf. Daher kann man bei Stromkompensation am Eingang I_{in} in guter Näherung berechnen zu: $I_{in} \approx U_q/R_G$. Diese Betriebsart wird häufig angewandt, auch bei Analogrechnern. Mit $v_{uo} \approx -R_R/R_G$ wird die Ausgangsspannung $U_{ex} \approx -U_q R_R/R_G$.

1.4.2.2 Spannungskompensation am Eingang nach Bild 4c und 4d

Ein Maschenumlauf auf der Eingangsseite des rückgekoppelten Verstärkers ergibt: $U_{st} = U_{in} - U_R$. Bei Spannungskompensation muß U_{st} gegenüber U_R vernachlässigbar klein sein. Dann wird die Eingangsspannung U_{in} durch eine nahezu gleichgroße Gegenkopplungsspannung U_R kompensiert. Das läßt sich durch starke Gegenkopplung erreichen. Hier liegt keine der beiden Eingangsklemmen des Verstärkerbausteins an Erde. Vielmehr folgen bei starker Gegenkopplung beide Eingänge gleichermaßen den gegebenenfalls großen Spannungsänderungen von $U_{in} \approx U_R$. Nur die um mehrere Größenordnungen geringere Differenz $U_{st} = U_{in} - U_R$ ist die eigentlich steuernde Differenz-Eingangsspannung des Verstärkers.

Für Spannungskompensation am Verstärkereingang wird also ein Verstärker verwendet, dessen beide Eingangsklemmen erdfrei betrieben werden können: An den erdfreien Eingangsklemmen liegt die erdfreie Steuerspannung U_{st} als Differenz der nahezu gleichgroßen erdbezogenen Spannungen U_{in} und U_R .

1.4.3 Eingangs-, Ausgangs- und Rückkopplungsgrößen

Bei den Schaltungen nach Bild 4a bis 4d ist das Verhältnis von Ausgangsgröße zu Eingangsgröße von unterschiedlicher Art oder Dimension. Die vier Rückkopplungsarten unterscheiden sich also hinsichtlich ihres Übertragungsfaktors voneinander. Dieser Übertragungsfaktor ist nicht immer eine Verstärkung. Er ist bei starker Gegenkopplung nicht vom aktiv wirkenden Verstärker, sondern von der Art der äußeren Beschaltung mit passiven Bauelementen abhängig.

1.4.3.1 Parallel-Parallel-Rückkopplung nach Bild 4a

Eingangsgröße ist der Eingangsstrom I_{in} . Von ihm wird die Ausgangsgröße U_{ex} gesteuert. Der Übertragungsfaktor U_{ex}/I_{in} hat die Dimension Widerstand. Er kann daher nicht als Verstärkungsfaktor bezeichnet werden. Es ist

mit Rückkopplung: $w_R = U_{ex}/I_{in} = f(R_R)$ und

ohne Rückkopplung: $w_o = U_{ex}/I_{st}$.

Rückkopplung: Zum Eingangsstrom I_{in} addiert sich der der Ausgangsspannung proportionale negative Rückkopplungsstrom $I_R = k_1 U_{ex}$, so daß deren Differenz den noch erforderlichen geringen Steuerstrom I_{st} liefert. Für diese Rückkopplungsart ist die ausführliche Berechnung im Anhang dieser Beschreibung aufgeführt.

1.4.3.2 Parallel-Serien-Rückkopplung nach Bild 4b

Auch hier erfolgt Stromkompensation am Eingang, jedoch ist $I_R = k_2 \cdot I_{ex}$ ein dem Ausgangsstrom proportionaler Rückkopplungsstrom.

Mit Rückkopplung ist: $v_{iR} = I_{ex}/I_{in} = f(R_R, R_S)$ und

ohne Rückkopplung ist: $v_{io} = I_{ex}/I_{st}$.

I_{ex} ist hier im Kurzschluß oder allenfalls in kurzschlußähnlichem Betrieb zu messen. Es handelt sich um einen echten **Stromverstärker**.

1.4.3.3 Serien-Parallel-Rückkopplung nach Bild 4c

Eingangsspannung U_{in} und Gegenkopplungsspannung $U_R = k_3 \cdot U_{ex}$ sind mit zunehmendem Gegenkopplungsfaktor k_3 immer weniger voneinander verschieden. Ihre Differenz U_{st} steuert diesen echten **Spannungsverstärker**, dessen Ausgangswiderstand R_{ex} mit zunehmender Gegenkopplung weiter verringert wird. Die Übertragungsfaktoren sind Spannungsverstärkungen:

Mit Rückkopplung ist: $v_{uR} = U_{ex}/U_{in} = f(R_R, R_S)$,

ohne Gegenkopplung ist: $v_{uo} = U_{ex}/U_{st}$,

wobei $U_{ex} = U_l$ die Leerlauf-Ausgangsspannung ist. Die Berechnung der Einzelgrößen finden Sie im Anhang.

1.4.3.4 Serien–Serien–Rückkopplung nach Bild 4d

Zur steuernden Eingangsgröße U_{in} addiert sich mit negativem Vorzeichen die dem Ausgangsstrom I_{ex} proportionale Rückkopplungsspannung $U_R = k_4 \cdot I_{ex}$. Der Verstärker setzt die Eingangsspannung um in einen proportionalen Ausgangsstrom I_{ex} . Dabei ist der Ausgangswiderstand R_{ex} gegenkopplungsabhängig sehr hochohmig. Der Übertragungsfaktor y hat hier die Dimension eines Leitwertes.

Mit Rückkopplung ist: $y_R = I_{ex}/U_{in} = f(R_S)$ und
 ohne Rückkopplung ist: $y_o = I_{ex}/U_{st}$.

Definitionsgemäß ist I_{ex} bei Kurzschluß oder kurzschlußähnlichem Betriebszustand zu messen.

1.4.4 Zusammenfassung der Größen der rückgekoppelten Verstärker

Die wichtigsten Größen und Eigenschaften der nach Bild 4a bis 4d rückgekoppelten Verstärker wurden für Niederfrequenz, unter Vernachlässigung der Schaltungsinduktivitäten und Schaltungskapazitäten, berechnet. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 1 zusammengefaßt.

2. Beispiele der vier Rückkopplungsarten

2.1 bei einstufigen Verstärkern

		Abb. 4a	Abb. 4b	Abb. 4c	Abb. 4d
Gegenkopplung		Parallel - Parallel	Parallel - Serie	Serie - Parallel	Serie - Serie
Steuergröße		$I_{st} = I_{in} + k_1 U_{ex}$	$I_{st} = I_{in} + k_2 I_{ex}$	$U_{st} = U_{in} - k_3 U_{ex}$	$U_{st} = U_{in} - k_4 I_{ex}$
Rückkopplungsfaktor		$k_1 = \frac{I_R}{U_{ex}} = \frac{1}{R_R}$	$k_2 = \frac{I_R}{I_{ex}} = \frac{R_S}{R_R + R_S}$	$k_3 = \frac{U_R}{U_{ex}} = \frac{R_S}{R_R + R_S}$	$k_4 = \frac{U_R}{I_{ex}} = \frac{1}{G_S}$
Übertragungsfaktor	ohne Gegenkop.	$w_o = \frac{U_{ex}}{I_{st}} < 0$	$v_{io} = \frac{I_{ex}}{I_{st}} < 0$	$v_{uo} = \frac{U_{ex}}{U_{st}} > 0$	$y_o = \frac{I_{ex}}{U_{st}} > 0$
	mit Gegenkopplung	$w_R = \frac{U_{ex}}{I_{in}} < 0$ $= \frac{w_o}{1 - k_1 w_o}$	$v_{iR} = \frac{I_{ex}}{I_{in}} < 0$ $= \frac{v_{io}}{1 - k_2 v_{io}}$	$v_{uR} = \frac{U_{ex}}{U_{in}} > 0$ $= \frac{v_{uo}}{1 + k_3 v_{uo}}$	$y_R = \frac{I_{ex}}{U_{in}} > 0$ $= \frac{y_o}{1 + k_4 y_o}$
	mit starker Gegenkop.	$w_R \approx \frac{-1}{k_1}$	$v_{iR} \approx \frac{-1}{k_2}$	$v_{uR} \approx \frac{1}{k_3}$	$y_R \approx \frac{1}{k_4}$
Eingangswiderstand		$R_{in} = R_{st} \frac{w_R}{w_o}$	$R_{in} = R_{st} \frac{v_{iR}}{v_{io}}$	$R_{in} = R_{st} \frac{v_{uR}}{v_{uo}}$	$R_{in} = R_{st} \frac{y_o}{y_R}$
Ausgangswiderstand		$R_{ex} = R_i \frac{w_R}{w_o}$	$R_{ex} = R_i \frac{v_{io}}{v_{iR}}$	$R_{ex} = R_i \frac{v_{uR}}{v_{uo}}$	$R_{ex} = R_i \frac{y_o}{y_R}$

Tabelle 1. Die ausführliche Herleitung der in vorangehender Tabelle aufgeführten Ergebnisse finden Sie im Abschnitt 3. Anhang dieser Anleitung.

Die Bilder 7a bis 10a zeigen die Wechselstrom-Ersatzschaltungen (ohne Hilfsspannungen) einstufiger Verstärker, die häufig vorkommen. Die Innenwiderstände der für Wechselstrom-Ersatzschaltungen nicht relevanten Gleichspannungsquellen wurden idealisierend zu null Ohm angenommen. Diese Schaltungen entsprechen in der angegebenen Reihenfolge den vier Rückkopplungsarten nach Bild 4a bis 4d. Daher gelten sinngemäß auch die in der Tabelle 1 angegebenen Formeln. Beachten Sie aber, daß bei diesen einzelnen Transistorstufen die Verstärkungs- und Übertragungsfaktoren ohne Rückkopplung viel kleiner sind als bei mehrstufigen Verstärkern. Daher gelten Näherungen, die von hohen Verstärkungs- oder Übertragungsfaktoren ausgehen, jetzt mit nur geringerer Genauigkeit. Dagegen sind die in der Tabelle 1 angegebenen Näherungen für Operationsverstärker nach den Bildern 11a bis 11d mit nur geringem Fehler behaftet. Die Bilder 7b bis 10b verdeutlichen die jeweils angewandte Rückkopplungsart. Folgende Tabelle 1 zeigt die wichtigen Größen der vier Rückkopplungsarten:

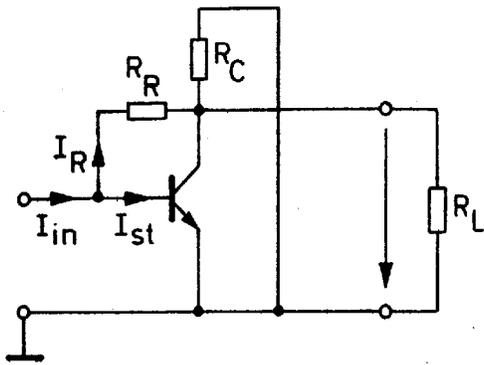


Bild 7a

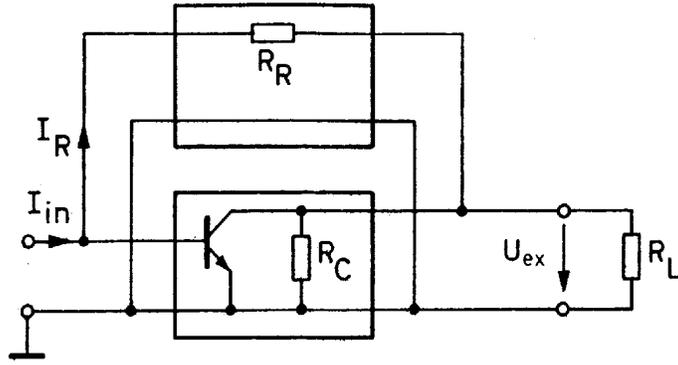


Bild 7b

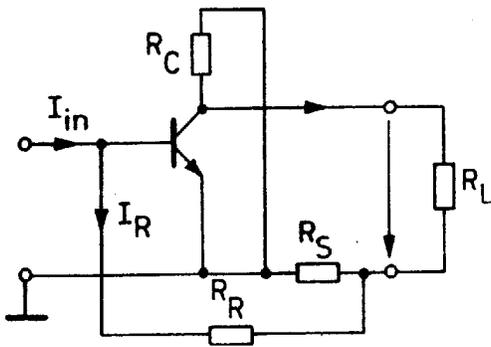


Bild 8a

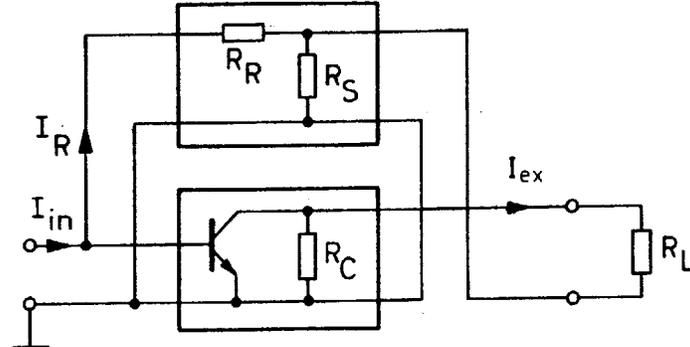


Bild 8b

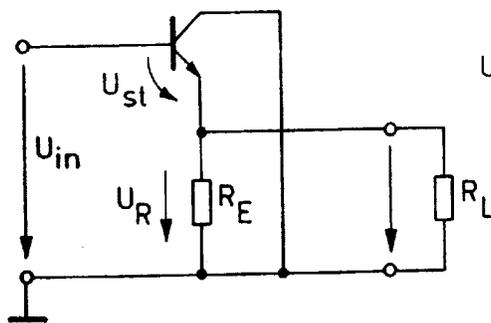


Bild 9a

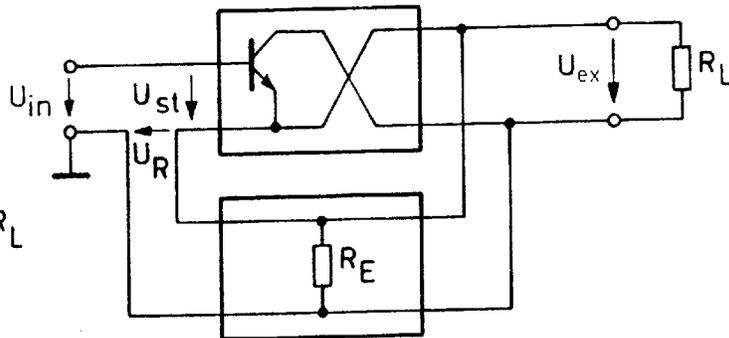


Bild 9b

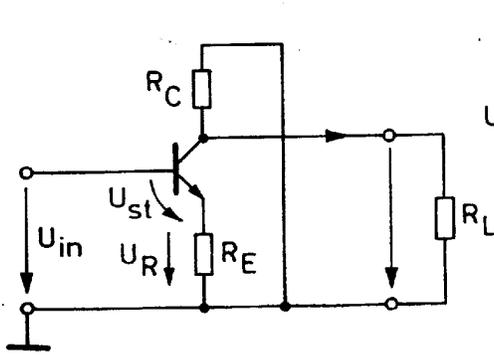


Bild 10a

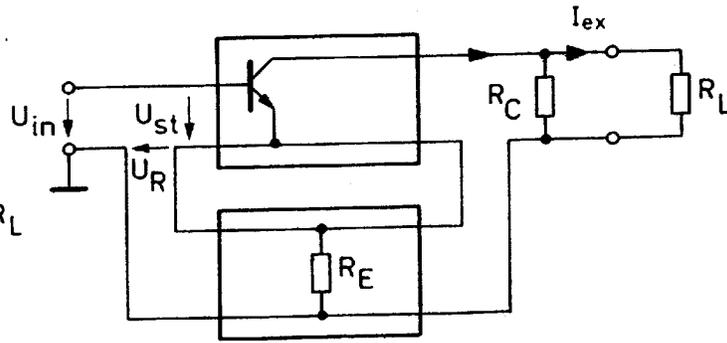
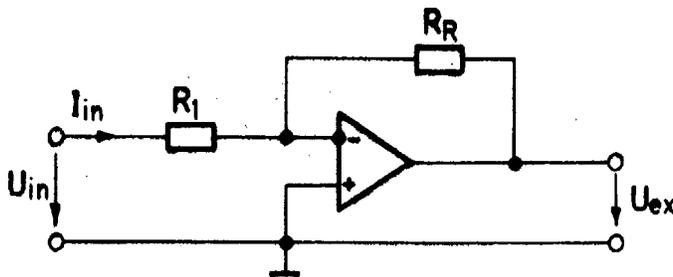


Bild 10b

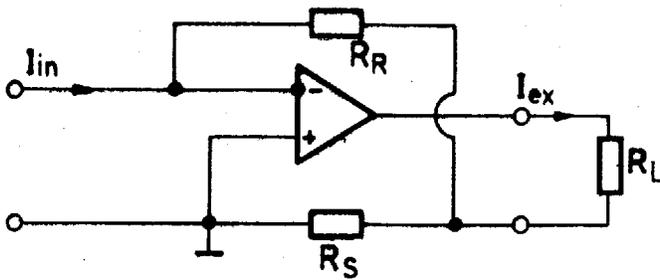
2.2 Die Rückkopplungsarten am Beispiel von Operationsverstärkern

Die Bilder 11a bis 11d zeigen praktische Anwendungen der besprochenen Rückkopplungen. Die Berechnungen erfolgten wieder unter der vereinfachenden Annahme $U_{st} \approx 0 V$.



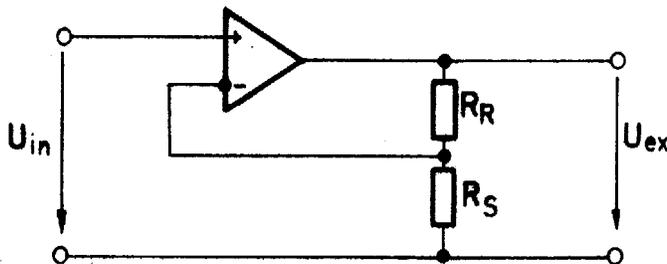
$$\begin{aligned}
 R_{in} &\approx R_1 \\
 R_{ex} &\approx R_i R_R / (v_{uo} R_{st}) \\
 U_{ex} &\approx -(R_R / R_1) U_{in}
 \end{aligned}$$

Bild 11a: Parallel-Parallel-Rückkopplung bei der Analogrechner-Schaltung



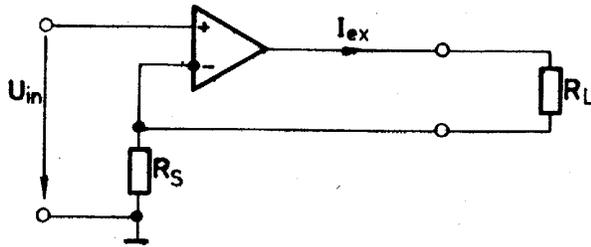
$$\begin{aligned}
 R_{in} &\approx R_i (R_R + R_S) / (v_{uo} R_S) \\
 R_{ex} &\approx v_{uo} R_{st} R_S / (R_R + R_S) \\
 I_{ex} &\approx -I_{in} (R_S + R_R) / R_S
 \end{aligned}$$

Bild 11b: Parallel-Serien-Rückkopplung für einen Stromverstärker



$$\begin{aligned}
 R_{in} &\approx R_{st} v_{uo} / (1 + R_R / R_S) \\
 R_{ex} &\approx R_i (1 + R_R / R_S) / v_{uo} \\
 U_{ex} &\approx (1 + R_R / R_S) U_{in}
 \end{aligned}$$

Bild 11c: Serien-Parallel-Rückkopplung für nichtinvertierende Verstärker mit hochohmigem Eingang (sog. "Elektrometerverstärker")



$$\begin{aligned}
 R_{in} &\approx R_{st} v_{uo} R_S / R_i \\
 R_{ex} &\approx v_{uo} R_S \\
 I_{ex} &\approx U_{in} / R_S
 \end{aligned}$$

Bild 11d: Serien–Serien–Rückkopplung für einen Verstärker mit Spannungseingang und (hochohmigem) Stromausgang.

3. Anhang

3.1 Parallel–Parallel–Rückkopplung nach Bild 4a

Exakt gelten für Stromkompensation am Eingang:

$$I_{st} = I_{in} + I_R$$

$$I_R = k_1 \cdot U_{ex}$$

$$\boxed{k_1 = \frac{I_R}{U_{ex}} = \frac{U_{ex} - U_{st}}{R_R U_{ex}}} \quad (1)$$

Bei zunehmender Gegenkopplung gilt in immer besserer Näherung:

$$\boxed{k_1 \approx \frac{U_{ex}/R_R}{U_{ex}} = \frac{1}{R_R}} \quad (2)$$

a) Die Übertragungsfaktoren sind exakt:

$$w_o = \frac{U_{ex}}{I_{st}} = v_{uo} R_{st}$$

$$w_R = \frac{U_{ex}}{I_{in}} = \frac{U_{ex}}{I_{st} - I_R}$$

(w_o ist im Leerlauf und bei aufgetrennter Gegenkopplung zu messen. Sie würde ansonsten den Ausgang belasten. Überdies muß $I_{in} = I_{st}$ sein.)

$$w_R = \frac{U_{ex}/I_{st}}{1 - (I_R U_{ex})/(U_{ex} I_{st})}$$

$$\boxed{w_R = \frac{w_o}{1 - k_1 w_o}} \quad (3)$$

Bei zunehmender Gegenkopplung gilt in stets besserer Näherung:

$$\boxed{w_R \approx -\frac{1}{k_1} = -R_R} \quad (4)$$

b) Der Verstärker-Eingangswiderstand $R_{in} < R_{st}$ berechnet sich exakt zu:

$$R_{in} = \frac{U_{st}}{I_{in}} = \frac{U_{st}}{I_{st} - I_R} = \frac{U_{st}/I_{st}}{1 - I_R U_{ex}/U_{ex} I_{st}}$$

$$\boxed{R_{in} = \frac{R_{st}}{1 - k_1 v_{uo} R_{st}}} \quad (5)$$

Bei zunehmender Gegenkopplung gilt in immer besserer Näherung:

$$\boxed{R_{in} \approx \frac{-1}{k_1 v_{uo}} = \frac{-R_R}{v_{uo}}} \quad (6)$$

c) Der Ausgangswiderstand $R_{ex} < R_i$ ist exakt:

$$R_{ex} = \frac{U_{exl}}{I_{exk}} = \frac{U_l}{I_{exk}}$$

$$U_l = w_R I_{in}$$

$$I_{exk} = \frac{w_o I_{st}}{R_i} = \frac{w_o I_{in}}{R_i}$$

$$\boxed{R_{ex} = \frac{R_i}{1 - k_1 w_o}} \quad (7)$$

Und bei zunehmender Gegenkopplung gilt in immer besserer Näherung:

$$\boxed{R_{ex} \approx \frac{R_i}{k_1 w_o} = \frac{R_i R_R}{v_{uo} R_{st}}} \quad (8)$$

3.2 Serien-Parallel-Rückkopplung nach Bild 4c

Exakt gilt für Spannungskompensation am Eingang:

$$U_{in} = U_{st} + U_R$$

$$U_R = k_3 U_{ex}$$

$$\boxed{k_3 = \frac{U_R}{U_{ex}} = \frac{R_S}{R_R + R_S}} \quad (9)$$

a) Für Übertragungsfaktoren (Spannungsverstärkungen) $v_{uo} > v_{uR}$ gilt exakt:

$$v_{uo} = \frac{U_{ex}}{U_{st}}, \quad \text{wobei } R_i \gg R_L \text{ und } U_l \gg I_2 R_i \approx 0 V \text{ vorausgesetzt werden.}$$

$$v_{uR} = \frac{U_{ex}}{U_{in}} = \frac{U_{ex}}{U_{st} + U_R} = \frac{U_{ex}/U_{st}}{1 + U_R U_{ex}/U_{ex} U_{st}}$$

$$\boxed{v_{uR} = \frac{v_{uo}}{1 + k_3 v_{uo}}} \quad (10)$$

Und mit zunehmender Gegenkopplung gilt in immer besserer Näherung:

$$\boxed{v_{uR} \approx \frac{1}{k_3} = \frac{R_R + R_S}{R_S}} \quad (11)$$

b) Für den Verstärkereingangswiderstand $R_{in} > R_{st}$ gilt exakt:

$$R_{in} = \frac{U_{in}}{I_{st}} = \frac{-U_{in}}{U_{st}/R_{st}} = \frac{U_{in} R_{st}}{U_{ex}/v_{uo}}$$

Hieraus folgt mit Gleichung (10):

$$\boxed{R_{in} = R_{st} \cdot (1 + k_3 v_{uo})} \quad (12)$$

Und mit zunehmender Gegenkopplung gilt in immer besserer Näherung:

$$\boxed{R_{in} \approx R_{st} k_3 v_{uo} = R_{st} v_{uo} \frac{R_S}{R_R + R_S}} \quad (13)$$

c) Für den Ausgangswiderstand $R_{ex} < R_i$ gilt exakt:

$$R_{ex} = \frac{U_{exl}}{I_{exk}} = \frac{U_l}{I_{exk}}$$

Mit Gl.(10) und $I_{exk} = v_{uo} U_{in}/R_i$ erhält man schließlich:

$$\boxed{R_{ex} = \frac{R_i}{1 + k_3 v_{uo}}} \quad (14)$$

Und auch hier wird mit zunehmender Gegenkopplung in immer besserer Näherung:

$$\boxed{R_{ex} \approx \frac{R_i}{k_3 v_{uo}} = \frac{R_i}{v_{uo}} \cdot \frac{R_R + R_S}{R_S}} \quad (15)$$

Vergessen Sie nicht, Induktivitäten und Kapazitäten der Schaltungen wurden nicht berücksichtigt, so daß die hergeleiteten Formeln nur bei Niederfrequenz Gültigkeit haben.

Literaturhinweis: Auszug aus dem früheren "Praktikum für analoge und digitale Messtechnik" des Instituts für Theoretische Elektrotechnik und Messtechnik der Universität Karlsruhe, Verfasser Dr.-Ing. Gottlieb Strassacker und Mitarbeiter.